IPL escola superior de tecnologia e gestão instituto politécnico de leiria	Instituto Politécnico de Leiria Escola Superior de Tecnologia e Gestão Componente Prática de Estatística Aplicada Contabilidade e Finanças

FOLHA 3 - Inferência

1. O conteúdo (em litros) de garrafas de azeite Oliveirinha segue uma distribuição Normal de valor médio 0.99 e desvio padrão 0.02 ($\mu = 0.99$ e $\sigma = 0.02$).

   (a) Selecciona-se 16 garrafas aleatoriamente deste azeite para inspecção. Qual a probabilidade de o conteúdo médio das garrafas ser superior a 1 litro?

   (b) Qual a probabilidade de numa amostra de 100 garrafas o conteúdo médio ser inferior a 9.85 decilitros?

2. Com base numa população normal, qual deverá ser a dimensão da amostra para que seja de pelo menos 0.95 a probabilidade de que a média amostral, $\overline{X}$, não se afaste do valor médio da população, μ, mais do que 0.5σ?

3. Por escolha simples ao acaso obteve-se uma amostra de dimensão 3 de uma população normal com variância 64. Qual a probabilidade de que a variância amostral exceda 78?

4. O tempo de vida médio de certo fármaco é de 2000 dias com desvio padrão de 60 dias. Num lote de 10 medicamentos, qual a probabilidade de que o desvio padrão não exceda os 50 dias?

5. O peso de componentes electrónicos produzidos por determinada empresa é uma variável aleatória que se supõe ter distribuição normal. Pretendendo-se estudar o peso dos referidos componentes, recolheu-se uma amostra aleatória de 60 elementos e obtiveram-se os seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^{60} x_i = 6528gr \quad ; \quad \sum_{i=1}^{60} x_i^2 = 1003296gr^2.$$

   (a) Apresente uma estimativa para o peso médio dos componentes.

   (b) Apresente uma estimativa para a variância do peso dos componentes.

(c) **Deduza** um intervalo de confiança para o peso médio dos componentes, com um grau de confiança de 95%.

6. O tempo de resolução de determinado tipo de teste é uma variável que segue uma distribuição normal, com $\sigma = 14$ minutos. Numa amostra de 12 alunos escolhidos aleatoriamente registou-se um tempo médio de 148.3 minutos.

   (a) Determine o intervalo de confiança a 99% para μ.

   (b) Caso pudesse aumentar a dimensão da amostra, o que esperaria obter em termos de amplitude do novo intervalo comparativamente com o anterior?

   (c) Qual deverá ser o valor de n de forma a que o erro da estimativa não ultrapasse 5 minutos com um grau de confiança de pelo menos 99%?

   (d) Suponha que σ é desconhecido e que $s = 14$ minutos. Determine o intervalo de confiança a 99% para μ.

7. Fizeram-se 5 medições do tempo de reacção de um indivíduo a um dado estímulo, obtendo-se os seguintes valores, em segundos:

   $$0.28; 0.30; 0.27; 0.31; 0.33.$$

   Considere que a população possui distribuição Normal.

   (a) **Deduza** o intervalo de confiança a 99% para o tempo médio de reacção do indivíduo ao estímulo.

   (b) Considerando a mesma amostra, qual é o grau de confiança do intervalo $[0.269; 0.327]$?

8. O peso de componentes electrónicos produzidos por determinada empresa é uma variável aleatória que se supõe ter distribuição normal.

   Pretendendo-se estudar a variabilidade do peso dos referidos componentes, recolheu-se uma amostra de 11 elementos, cujos valores (em gramas) foram os seguintes:

   $$98; 97; 102; 100; 98; 101; 102; 105; 95; 102; 100.$$

   (a) Apresente estimativas para a média e para a variância do peso dos componentes.

(b) Calcule um intervalo de confiança para a variância do peso e outro para o desvio padrão, ambos com um nível de confiança de 95%.

9. **Deduza** um intervalo de confiança a 95% para a variância de uma população X, sabendo que numa amostra de dimensão 20 se encontrou uma variância igual a 10.28 (Considere que a população possui distribuição Normal).

10. A brigada de trânsito registou a velocidade instantânea de 101 veículos que circulavam, durante um determinado período de tempo, num local de uma auto-estrada que regista muitos acidentes, tendo-se obtido o seguinte intervalo para a velocidade instantânea média (em km/hora) com um grau de confiança de aproximadamente 95%

$$[128.76; 135]\,.$$

(a) Determine estimativas centradas para a média e para a variância da velocidade instantânea.

(b) Determine um intervalo de confiança para o desvio padrão da velocidade instantânea, a 95% .

11. A vida média de uma amostra de 100 lâmpadas fluorescentes fabricadas por determinada companhia é de 1570 horas. Se μ é a vida média de todas as lâmpadas fabricadas pela companhia, teste a hipótese $\mu = 1600$ horas contra a hipótese alternativa $\mu \neq 1600$ horas, utilizando os níveis de significância 0.05 e 0.01 e considerando $\sigma = 120$ horas.

12. Um trabalhador leva em média 7 minutos para executar certa tarefa. Um técnico sugere uma maneira ligeiramente diferente de execução e decide recolher uma amostra para se certificar se há realmente algum ganho de tempo. Os dados recolhidos são os seguintes:

$$\sum_{i=1}^{16} x_i = 6528\ seg \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 2673296\ seg^2.$$

(a) Há indício suficiente para aceitar a alegação do técnico, ao nível de significância de 0.05?

(b) É preciso saber que a população é aproximadamente Normal? Porquê?

13. O número de disparos de flash de determinada marca de pilhas, cujos fabricantes asseguram ser em média de 500 para as pilhas do tipo A e de 420 para as pilhas do tipo B, segue uma distribuição aproximadamente normal, com $\sigma = 81$.

    Suponha que a empresa Y, importadora do respectivo material, tinha recebido um grande lote de pilhas para distribuição imediata mas desconhecia o tipo (a especificação das pilhas tinha-se perdido). Então, foi decidido testar nove pilhas e classificar o lote em função dos resultados obtidos nessa amostra, tendo sido estipulado $\alpha = 0.05$ e as hipóteses:

    $$H_0 : \mu = 500 \quad vs. \quad Ha : \mu = 420.$$

    (a) Identifique os erros que podem decorrer da decisão a tomar. Calcule as suas probabilidades.

    (b) Se α fosse fixado em 0.01, que valor resultaria para β?

    (c) Poderia justificar o uso de um valor diferente para α?

    (d) Como varia o valor de β se decidir recolher uma amostra maior? Calcule β se a dimensão da amostra for $n = 16$, para $\alpha = 0.05$.

    (e) Que decisão tomaria ($\alpha = 0.05$) se nas nove pilhas testadas o número médio de disparos fosse de 436?

14. Seja $(X_1, ..., X_n)$ uma amostra aleatória de uma população normal com média μ e variância igual a 16.

    (a) Para efectuar o teste $H_0 : \mu = 25 \quad vs. \quad Ha : \mu > 25$, considerou-se uma amostra de dimensão 21. Determine a regra de decisão em função da média amostral. ($\alpha = 0.05$)

    (b) Considere agora o teste $H_0 : \mu = 25 \quad vs. \quad Ha : \mu = 27$. Determine os valores de n para os quais $\alpha = 0.05$ e $\beta \leqslant 0.01$.

15. Para $X \sim N(\mu, \sigma)$ e perante uma amostra de 30 elementos, em que se obteve

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 320 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 3443.8$$

ensaie as hipóteses:

$$H_0 : \sigma = 0.866 \quad vs. \quad Ha : \sigma \neq 0.866$$

para $\alpha = 0.01$.

16. No fabrico de certo tipo de peças admite-se uma variabilidade máxima nos respectivos diâmetros de $\sigma = 0.5mm$. Perante uma amostra de 20 peças em que se registou $s^2 = 0.3mm^2$, é de concluir que o processo de fabrico está fora de controlo? Isto é, que a especificação não está a ser respeitada? Use $\alpha = 0.05$, pressupondo que os diâmetros das peças obedecem a uma lei normal.

17. Para analisar a variância do tempo que leva a efectuar determinado percurso considerou-se a hipótese $H_0 : \sigma^2 = 9m$ e a regra de decisão: rejeitar H_0 se $S^2 < 3.6386$, com base numa amostra de dimensão 8.

    (a) Indique a hipótese alternativa correspondente a esta regra decisão e calcule o nível de significância do teste.

    (b) Determine a probabilidade de cometer um erro do tipo II, considerando que o verdadeiro valor de σ é igual a 2. ($\alpha = 10\%$)

    (c) Na tabela a seguir encontra-se registado o tempo, também em minutos, que oito condutores demoraram a efectuar o percurso:

Condutor	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo	20	29	22	25	23	24	24	25

    Com base nestes dados,

    i. indique a região de rejeição do teste considerado e conclua para $\alpha = 10\%$;

    ii. calcule o *p-value* do teste.